Gli algoritmi

- Analisi e programmazione
- Gli algoritmi
  - Proprietà ed esempi
  - Costanti e variabili, assegnazione, istruzioni, proposizioni e predicati
  - Vettori e matrici
  - I diagrammi a blocchi
  - Analisi strutturata
  - Gli algoritmi iterativi
  - La pseudocodifica
  - Gli algoritmi ricorsivi

Analisi e programmazione

Analisi e programmazione – 1

- Tramite un elaboratore si possono risolvere problemi di varia natura: emissione di certificati anagrafici, gestione dei c/c di un istituto di credito, prenotazioni ferroviarie…
- Il problema deve essere formulato in modo opportuno, perché sia possibile utilizzare un elaboratore per la sua soluzione
- Per **analisi e programmazione** si intende l'insieme delle attività preliminari atte a risolvere problemi utilizzando un elaboratore, dalla formulazione del problema fino alla predisposizione dell'elaboratore
  - **Scopo dell'analisi** ⇨ definire un **algoritmo**
  - **Scopo della programmazione** ⇨ definire un **programma**

Analisi e programmazione – 2

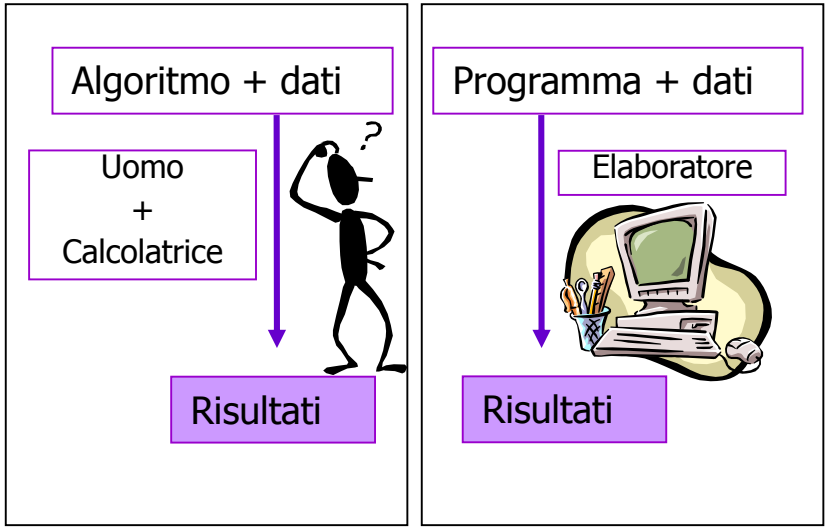
- Algoritmo — elenco finito di istruzioni, che specificano le operazioni eseguendo le quali si risolve una classe di problemi
  - Un particolare problema della classe viene risolto utilizzando l'apposito algoritmo sui dati che lo caratterizzano
  - **Un algoritmo non può essere eseguito direttamente dall'elaboratore**
- Programma — ricetta che traduce l'algoritmo ed è direttamente comprensibile, pertanto eseguibile, da parte di un elaboratore
- Linguaggio di programmazione — linguaggio rigoroso che permette la formalizzazione di un algoritmo in un programma

Analisi e programmazione – 3

- **Esempio**

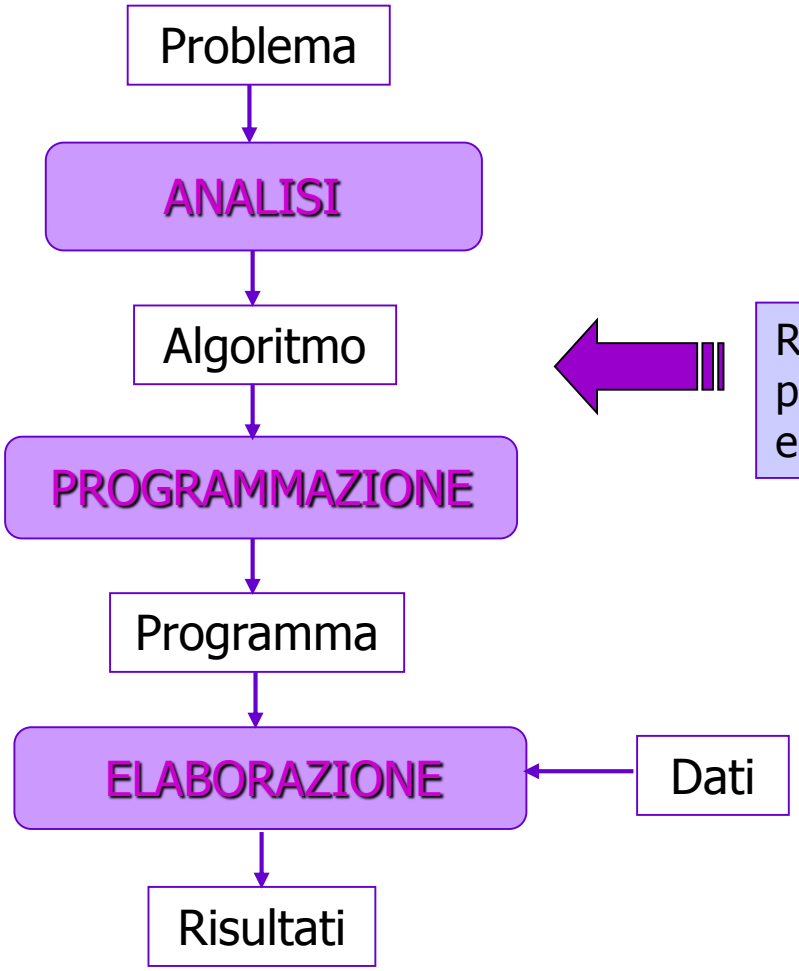
  Problema: Effettuare un accredito su un c/c bancario

  Soluzione: Utilizzare un programma che serva per predisporre il calcolatore all'accredito di una qualunque cifra su un qualunque c/c; cifra da accreditare e numero di c/c sono i dati caratteristici del problema



Analogie tra le azioni che devono essere eseguite da un operatore umano e, in modo automatico, tramite un elaboratore

Le fasi del procedimento di analisi e programmazione

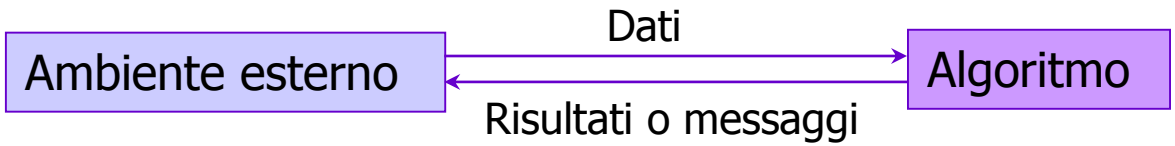


Relazioni tra problema, analisi, algoritmo, programmazione, programma, dati ed elaborazione

Gli algoritmi

Definizione di algoritmo

- ***Algoritmo*** deriva dal nome del matematico arabo *Al Khuwarizmi*, vissuto nel IX secolo d.C.
- Un algoritmo è una successione di istruzioni o passi che definiscono le operazioni da eseguire sui dati per ottenere i risultati; un algoritmo fornisce la soluzione ad una **classe di problemi**
- Lo **schema di esecuzione** di un algoritmo specifica che i passi devono essere eseguiti in sequenza, salvo diversa indicazione
- Ogni algoritmo è concepito per interagire con l'ambiente esterno per acquisire dati e comunicare messaggi o risultati; i dati su cui opera un'istruzione sono forniti dall'esterno o sono frutto di istruzioni eseguite in precedenza

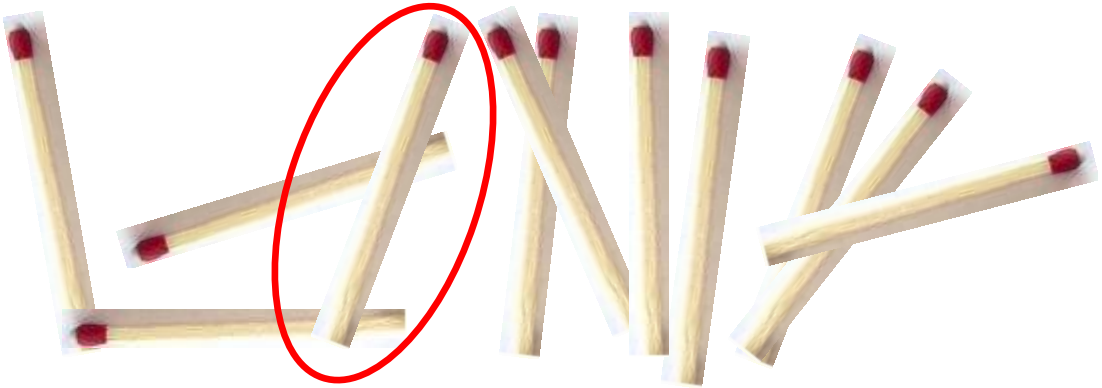


Esempio: Il gioco dell'undici

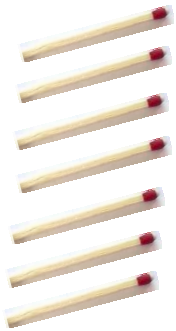
- **Problema**: Undici fiammiferi sono disposti su un tavolo: il primo giocatore (A) può raccogliere da 1 a 3 fiammiferi, il secondo (B) ne raccoglie a sua volta 1, 2 o 3; i giocatori alternano le loro mosse finché sul tavolo non ci sono più fiammiferi; il giocatore che è costretto a raccogliere l'ultimo fiammifero è il perdente

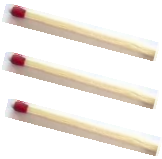
- **Algoritmo**: Strategia vincente per il giocatore A che gioca per primo
  - prima mossa: A raccoglie 2 fiammiferi
  - mosse successive: se B raccoglie k fiammiferi ($k \leq 3$), allora A raccoglie $4-k$ fiammiferi

Esempio: Il gioco dell'undici



Topolino perde!





Esempio: Ordinamento di un mazzo di carte

- Problema: Sia dato un mazzo da 40 carte da ordinare in modo che le cuori precedano le quadri, che a loro volta precedono fiori e picche; le carte di uno stesso seme sono ordinate dall'asso al re
- Algoritmo:
  - Si suddivida il mazzo in 4 mazzetti, ciascuno costituito da tutte le carte dello stesso seme
  - Si ordinino le carte di ciascun mazzetto dall'asso al re
  - Si prendano nell'ordine i mazzetti dei cuori, quadri, fiori e picche

Esempio: Ricerca in un mazzo di chiavi

- **Problema**: Si vuole ricercare, all'interno di un mazzo di chiavi, quella che apre un dato lucchetto
- **Algoritmo**:
  1) Si seleziona una chiave dal mazzo e la si marca con un pennarello
  2) Si tenta di aprire il lucchetto con la chiave appena marcata; se funziona, si va al passo 4)
  3) Altrimenti, si controlla la chiave successiva
     i. Se non è marcata, la si marca e si torna al passo 2)
     ii. Viceversa, si prende atto che nel mazzo non è presente la chiave che apre il lucchetto
  4) Fine della ricerca

Esempio: Radici delle equazioni di 2° grado

- Problema: Calcolo delle radici reali di $ax^2+bx+c=0$
- Algoritmo:
  1) Acquisire i coefficienti a,b,c
  2) Calcolare $\Delta = b^2-4ac$
  3) Se $\Delta<0$ non esistono radici reali, eseguire l'istruzione 7)
  4) Se $\Delta=0$, $x_1=x_2=-b/2a$, poi eseguire l'istruzione 6)
  5) $x_1=(-b+\sqrt{\Delta})/2a$, $x_2=(-b-\sqrt{\Delta})/2a$
  6) Comunicare i valori x_1, x_2
  7) Fine

Esempio: Calcolo del M.C.D. – 1

- **Problema**: Calcolare il M.C.D. di due interi a,b, con $a>b$
- **Algoritmo**: Formalizzato da Euclide nel 300 a.C., si basa sul fatto che ogni divisore comune ad a e b è anche divisore del resto r della divisione intera di a per b, quando $a>b$ e $r\neq 0$; se $r=0$, b è il M.C.D.

$$MCD(a,b) = MCD(b,r), \text{ se } r\neq 0$$

$$MCD(a,b)=b, \text{ se } r=0$$

- **Nota**

  L'algoritmo garantisce la determinazione del M.C.D. senza il calcolo di tutti i divisori di a e b

Esempio: Calcolo del M.C.D. – 2

1) Acquisire i valori di a e b
2) Se $b>a$, scambiare i valori di a e b
3) Calcolare il resto r della divisione intera di a per b
4) Se $r=0$, $MCD(a,b)=b$; comunicare il risultato all'esterno; eseguire l'istruzione 6)
5) Se $r\neq0$, sostituire il valore di a con il valore di b ed il valore di b con il valore di r; tornare al passo 3)
6) Fine

Proprietà degli algoritmi

- Affinché una "*ricetta*", un elenco di istruzioni, possa essere considerato un algoritmo, devono essere soddisfatti i seguenti requisiti:
  - Finitezza: ogni algoritmo deve essere finito, cioè ogni singola istruzione deve poter essere eseguita in tempo finito ed un numero finito di volte
  - Generalità: ogni algoritmo deve fornire la soluzione per una classe di problemi; deve pertanto essere applicabile a qualsiasi insieme di dati appartenenti all'**insieme di definizione** o **dominio dell'algoritmo** e deve produrre risultati che appartengano all'**insieme di arrivo** o **codominio**
  - Non ambiguità: devono essere definiti in modo univoco i passi successivi da eseguire; devono essere evitati paradossi, contraddizioni ed ambiguità; il significato di ogni istruzione deve essere univoco per chiunque esegua l'algoritmo

Algoritmi

- Un algoritmo deve poter essere eseguito da chiunque, senza che l'esecutore sia stato necessariamente coinvolto nell'analisi del problema o nella descrizione dell'algoritmo

- Gli algoritmi devono essere formalizzati per mezzo di appositi linguaggi, dotati di strutture linguistiche che garantiscano precisione e sintesi

- I linguaggi naturali non soddisfano questi requisiti, infatti...
  - ...sono **ambigui**: la stessa parola può assumere significati diversi in contesti differenti (***pesca*** è un frutto o un'attività sportiva)
  - ...sono **ridondanti**: lo stesso concetto può essere espresso in molti modi diversi, ad esempio "somma 2 a 3", "calcola 2+3", "esegui l'addizione tra 2 e 3"

Algoritmi equivalenti

Due algoritmi equivalenti:
- forniscono lo **stesso risultato**
- ma possono avere **diversa efficienza**
- e possono essere **profondamente diversi !**

Esempio: moltiplicare tra loro due numeri

Algoritmo 1

Somme successive:

`12x12 = 12+12+…+12=144`

Algoritmo 2

"somma e shift":

```
 12x
 12=
 --
 24
12=
---
144
```

Costanti e variabili – 1

- I dati su cui opera un algoritmo sono costanti e variabili
  - Un dato è costante quando il suo valore non può essere aggiornato durante l'esecuzione dell'algoritmo o per esecuzioni successive
  - Una variabile è una coppia <*nome*, *valore*>: può essere immaginata come una scatola sulla quale è scritto un nome e che può contenere un valore

Rappresentazione di una variabile

Costanti e variabili – 2

- Il valore di una variabile deve appartenere all'**insieme di definizione**, su cui si opera mediante regole opportune, specifiche dell'insieme
- Data una variabile <x,v>, x è il **nome** della variabile e v è il suo **valore attuale**; le variabili sono indeterminate in fase di definizione dell'algoritmo, ma corrispondono a valori specifici durante ogni esecuzione
- **Esempio**: Nell'algoritmo di risoluzione delle equazioni di 2° grado, a, b, c non corrispondono a nessun valore finché non si esegue l'algoritmo per trovare le soluzioni di una data equazione, ad esempio $x^2-9x-4=0$; in fase di esecuzione, $a=1$, $b=-9$, $c=-4$; nell'istruzione $\Delta=b^2-4ac$, Δ è la variabile che contiene il valore del discriminante

Assegnazione – 1

- L'istruzione di assegnazione definisce il valore attuale di una variabile, che resta inalterato fino all'assegnazione successiva
- L'assegnazione si rappresenta con il simbolo "←":

  nome di variabile ← espressione

  che si legge *assegna alla variabile "nome di variabile" il valore di "espressione"*; l'espressione a destra di ← è costituita da variabili, costanti e operatori
- L'assegnazione viene così eseguita:
  a) si valuta l'espressione a destra di ←, sostituendo ai nomi di variabile i loro valori attuali; il risultato deve appartenere all'insieme di definizione della variabile a sinistra di ←
  b) il valore calcolato diventa il nuovo valore della variabile il cui nome appare a sinistra di ←

Assegnazione – 2

- I nomi delle variabili possono essere scelti in modo arbitrario, ma è opportuno selezionare nomi significativi del contenuto della variabile

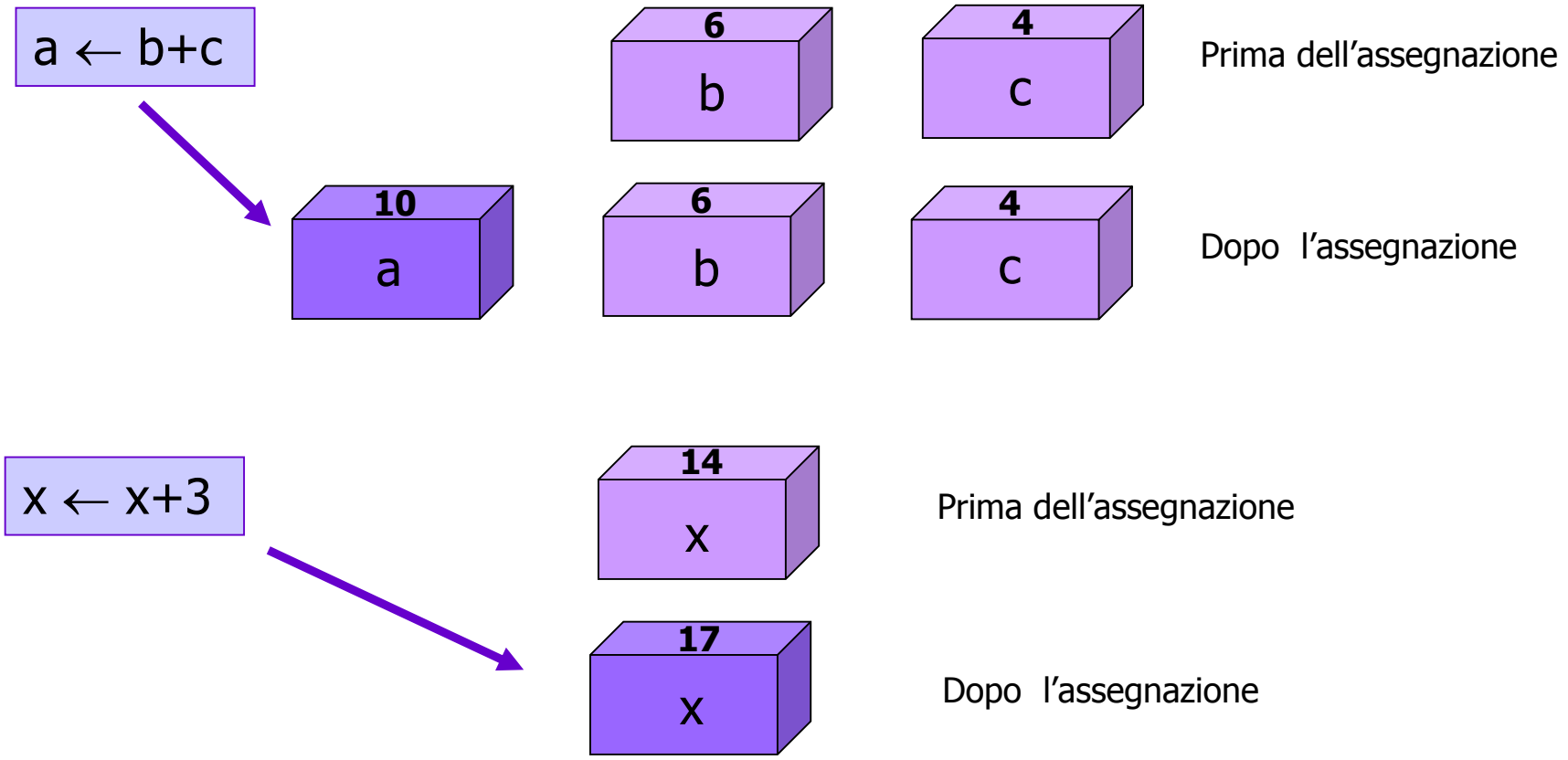
- È necessario rispettare la regola dell'ordinamento:

  Quando una variabile appare a destra di ← in una assegnazione deve essere già istanziata

  cioè le deve essere già stato assegnato un valore

Assegnazione – 3

- Esempi



Le istruzioni – 1

- **Istruzioni operative**, che producono risultati
- **Istruzioni di controllo**, che controllano il verificarsi di condizioni specificate e, in base al risultato del controllo, determinano il flusso di istruzioni da eseguire
- **Istruzioni di salto**, che alterano il normale flusso di esecuzione sequenziale delle istruzioni di un algoritmo, specificando quale sia la successiva istruzione da eseguire
  - nelle istruzioni di **salto condizionato**, l'effettiva esecuzione del salto è legata al verificarsi di una condizione specificata
  - l'istruzione di **salto incondizionato** produce sempre un salto
- **Istruzioni di ingresso/uscita**, che specificano come debba essere effettuata una trasmissione di dati o messaggi fra l'algoritmo e l'ambiente esterno
- **Istruzioni di inizio/fine esecuzione**, che indicano l'inizio/la fine dell'algoritmo

Le istruzioni – 2

- Esempio: Calcolo delle radici di equazioni di 2° grado
  a) "acquisire i coefficienti a, b, c" è un'istruzione di lettura (ingresso)
  b) "calcolare $\Delta=b^2-4ac$" è un'istruzione operativa
  c) "se $\Delta=0$, $x_1=x_2=-b/2a$" è un'istruzione di controllo: l'istruzione di assegnazione $x_1=x_2=-b/2a$ viene eseguita solo se $\Delta=0$
  d) "comunicare i valori x_1, x_2" è un'istruzione di scrittura (uscita)
  e) "eseguire l'istruzione 6)" è un'istruzione di salto incondizionato
  f) "se $\Delta<0$ eseguire l'istruzione 7)" è un'istruzione di salto condizionato, perché l'istruzione 7) è la prossima istruzione da eseguire solo se $\Delta<0$

Proposizioni e predicati – 1

- Una **proposizione** è un costrutto linguistico del quale si può asserire o negare la veridicità
- **Esempi**
  1) "*Roma è la capitale della Gran Bretagna*" **falsa**
  2) "3 *è un numero intero*" **vera**
- Il **valore di verità** di una proposizione è il suo essere vera o falsa
- Una proposizione è un **predicato** se il suo valore di verità dipende dall'istanziazione di alcune variabili
- **Esempi**
  1) "*la variabile età è minore di 30*"
  2) "*la variabile base è maggiore della variabile altezza*"

Proposizioni e predicati – 2

- La valutazione di un predicato è l'operazione che permette di determinare se il predicato è vero o falso, sostituendo alle variabili i loro valori attuali
- I valori vero e falso sono detti valori logici o booleani
- Proposizioni e predicati possono essere espressi concisamente per mezzo degli operatori relazionali:

$=$ (uguale)	$\neq$ (diverso)
$>$ (maggiore)	$<$ (minore)
$\geq$ (maggiore o uguale)	$\leq$ (minore o uguale)

- I predicati che contengono un solo operatore relazionale sono detti semplici

Proposizioni e predicati – 3

- Dato un predicato **p**, il predicato **not p**, detto opposto o negazione logica di **p**, ha i valori di verità opposti rispetto a **p**
- Dati due predicati **p** e **q**, la congiunzione logica **p and q** è un predicato vero solo quando **p** e **q** sono entrambi veri, e falso in tutti gli altri casi
- Dati due predicati **p** e **q**, la disgiunzione logica **p or q** è un predicato falso solo quando **p** e **q** sono entrambi falsi, e vero in tutti gli altri casi
- I predicati nei quali compare almeno un operatore logico, **not**, **and**, **or**, sono detti composti
- La tavola di verità di un predicato composto specifica il valore del predicato per ognuna delle possibili combinazioni dei suoi argomenti

Proposizioni e predicati – 4

- Esempio

not (base > altezza)

è vero solo quando il valore di base è minore o uguale del valore di altezza

età > 30 **and** età < 50

è vero solo quando il valore di età è compreso tra 30 e 50 (esclusi)

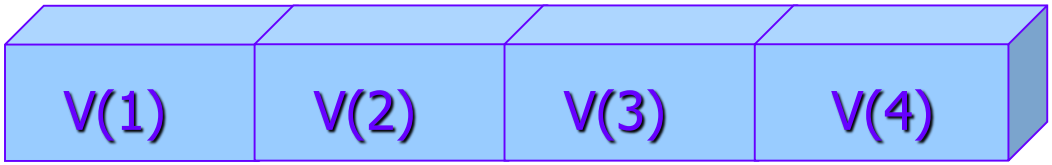
base > altezza **or** base > 100

è vero quando il valore di base è maggiore del valore di altezza, o quando il valore di base è maggiore di 100, o quando entrambe le condizioni sono verificate

Vettori e matrici – 1

- Le variabili definite come coppie <*nome*, *valore*> sono dette variabili **scalari**
- Una coppia <*nome, insieme di valori*> è una variabile **vettore** o **array** e può essere immaginata come un contenitore diviso in scomparti; ciascuno scomparto contiene un valore, detto **elemento** o **componente** del vettore
- Ciascuna componente è individuata dal nome del vettore, seguito dal relativo numero progressivo, racchiuso fra parentesi tonde: l'**indice** del vettore
- La **dimensione** di un vettore è il numero dei suoi elementi
- I vettori sono particolarmente utili per collezionare dati fra loro correlati, sui quali devono essere effettuate le stesse operazioni

Vettori e matrici – 2



Variabile vettoriale V, costituita dai 4 elementi V(1), V(2), V(3), V(4)

- L'utilizzo di variabili vettoriali, in un algoritmo, presuppone la dichiarazione esplicita della loro dimensione
- La dimensione del vettore costituisce un limite invalicabile per la selezione delle componenti del vettore
- Esempio: V(100) asserisce che il vettore V è costituito da 100 elementi; possono essere selezionati V(12),V(57),V(89), ma non V(121) o V(763), che non esistono

Vettori e matrici – 3

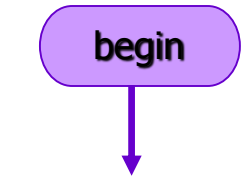
- Il concetto di **matrice** è un'estensione del concetto di vettore
- Una matrice è costituita da un insieme di valori, ciascuno dei quali viene individuato per mezzo della sua posizione, espressa da più indici
- Ad esempio, se una matrice M ha due dimensioni, i suoi elementi sono disposti su righe e colonne ed ogni suo elemento M(i,j) è individuato da due indici, con **i** indice di **riga** e **j** indice di **colonna**

$$M = \begin{pmatrix} m_{11}\ m_{12} \ldots m_{1n} \\ \ldots\ \ldots\ \ldots \\ m_{q1}\ m_{q2} \ldots m_{qn} \end{pmatrix}$$

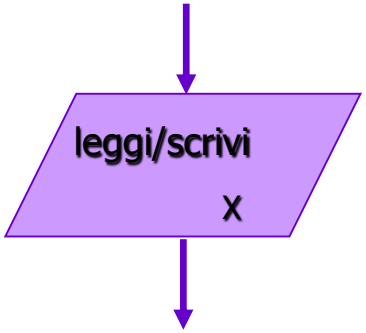
I diagrammi a blocchi – 1

- Il linguaggio dei **diagrammi a blocchi** è un possibile formalismo per la descrizione di algoritmi
- Il diagramma a blocchi, o *flowchart*, è una rappresentazione grafica dell'algoritmo
- Un diagramma a blocchi descrive il **flusso** delle operazioni da eseguire per realizzare la trasformazione, definita nell'algoritmo, dai dati iniziali ai risultati
- Ogni istruzione dell'algoritmo viene rappresentata all'interno di un **blocco elementare**, la cui forma grafica è determinata dal tipo di istruzione
- I blocchi sono collegati tra loro da **linee di flusso**, munite di frecce, che indicano il susseguirsi di azioni elementari

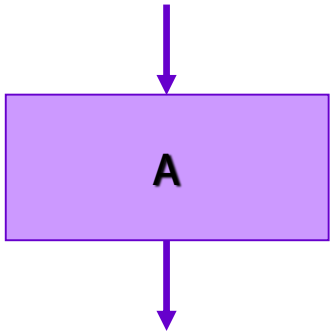
I diagrammi a blocchi – 2



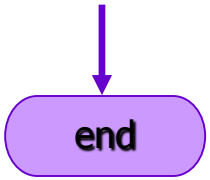
Blocco iniziale



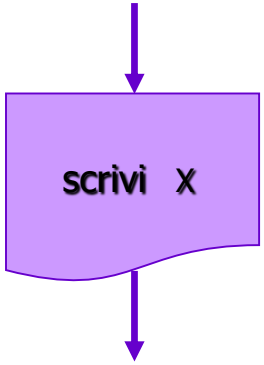
Blocco di lettura/scrittura



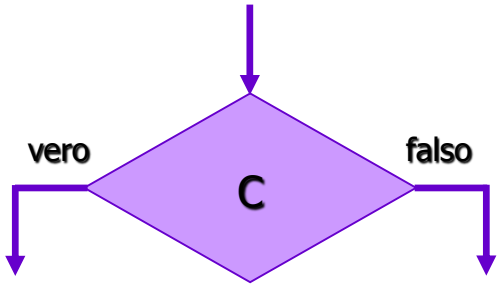
Blocco azione



Blocco finale



Blocco di scrittura



Blocco di controllo

Blocchi elementari

I diagrammi a blocchi – 3

- Un diagramma a blocchi è un insieme di blocchi elementari composto da:

  a) un blocco iniziale
  b) un blocco finale
  c) un numero finito n ($n \geq 1$) di blocchi di azione e/o di blocchi di lettura/scrittura
  d) un numero finito m ($m \geq 0$) di blocchi di controllo

I diagrammi a blocchi – 4

- L'insieme dei blocchi elementari che descrivono un algoritmo deve soddisfare le seguenti condizioni:
  - ciascun blocco di azione o di lettura/scrittura ha una sola freccia entrante ed una sola freccia uscente
  - ciascun blocco di controllo ha una sola freccia entrante e due frecce uscenti
  - ciascuna freccia entra in un blocco oppure si innesta in un'altra freccia
  - ciascun blocco è **raggiungibile** dal blocco iniziale
  - il blocco finale è **raggiungibile** da qualsiasi altro blocco
- Un blocco B è raggiungibile a partire da un blocco A se esiste una sequenza di blocchi $X_1, X_2, \ldots, X_n$, tali che $A = X_1$, $B = X_n$, e $\forall X_i$, $i = 1, \ldots, n-1$, X_i è connesso con una freccia a X_{i+1}

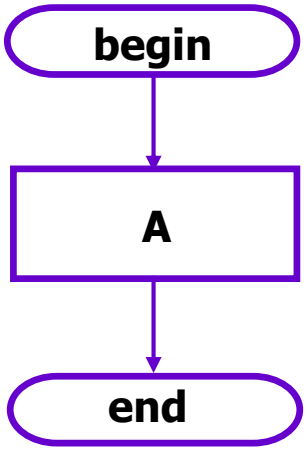
Analisi strutturata – 1

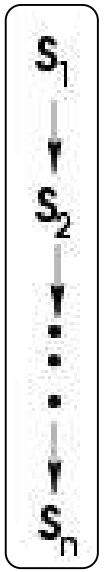
- I programmatori inesperti tendono ad "aggrovigliare" il programma introducendo numerosi salti privi di regole (*spaghetti programming*)
- L'analisi strutturata favorisce, viceversa, la descrizione di algoritmi facilmente documentabili e comprensibili
- I blocchi di un diagramma a blocchi strutturato sono collegati secondo i seguenti schemi di flusso:
  - Schema di sequenza – più schemi di flusso sono eseguiti in sequenza
  - Schema di selezione – un blocco di controllo subordina l'esecuzione di due possibili schemi di flusso al verificarsi di una condizione
  - Schema di iterazione – si itera l'esecuzione di un dato schema di flusso

Analisi strutturata – 2

- Ovvero: un diagramma a blocchi strutturato è un diagramma a blocchi nel quale gli schemi di flusso sono **strutturati**
- Uno schema di flusso è strutturato quando soddisfa una delle seguenti proprietà…

  1) …è uno schema elementare o uno schema di sequenza

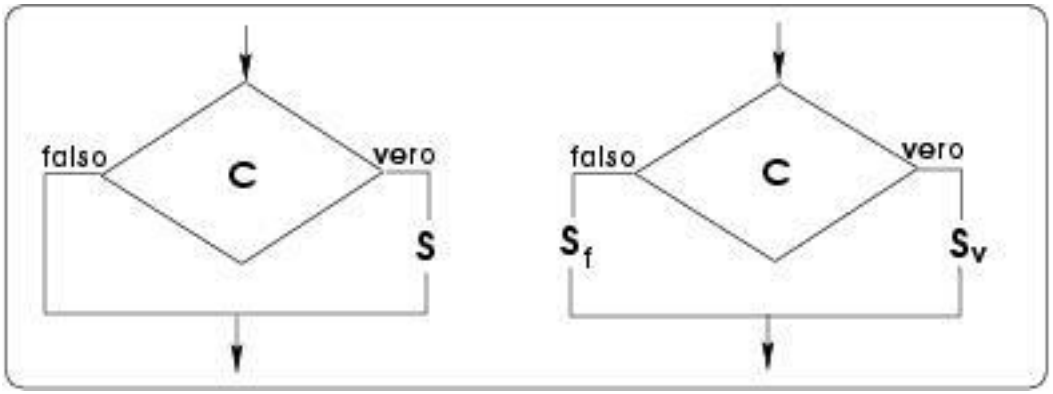




S_1, S_2,…, S_n schemi di flusso strutturati

Analisi strutturata – 3

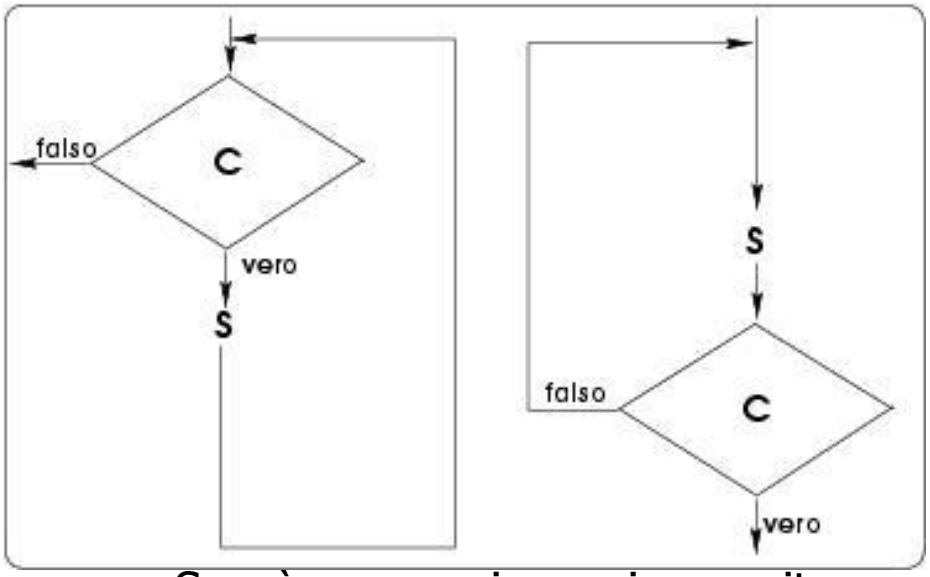
2) …è uno schema di selezione



- Nel primo caso, lo schema S viene eseguito solo se la condizione C è vera; se C è falsa, non viene eseguita alcuna azione
- Nel secondo caso, viene eseguito solo uno dei due schemi S_v o S_f, in dipendenza del valore di verità della condizione

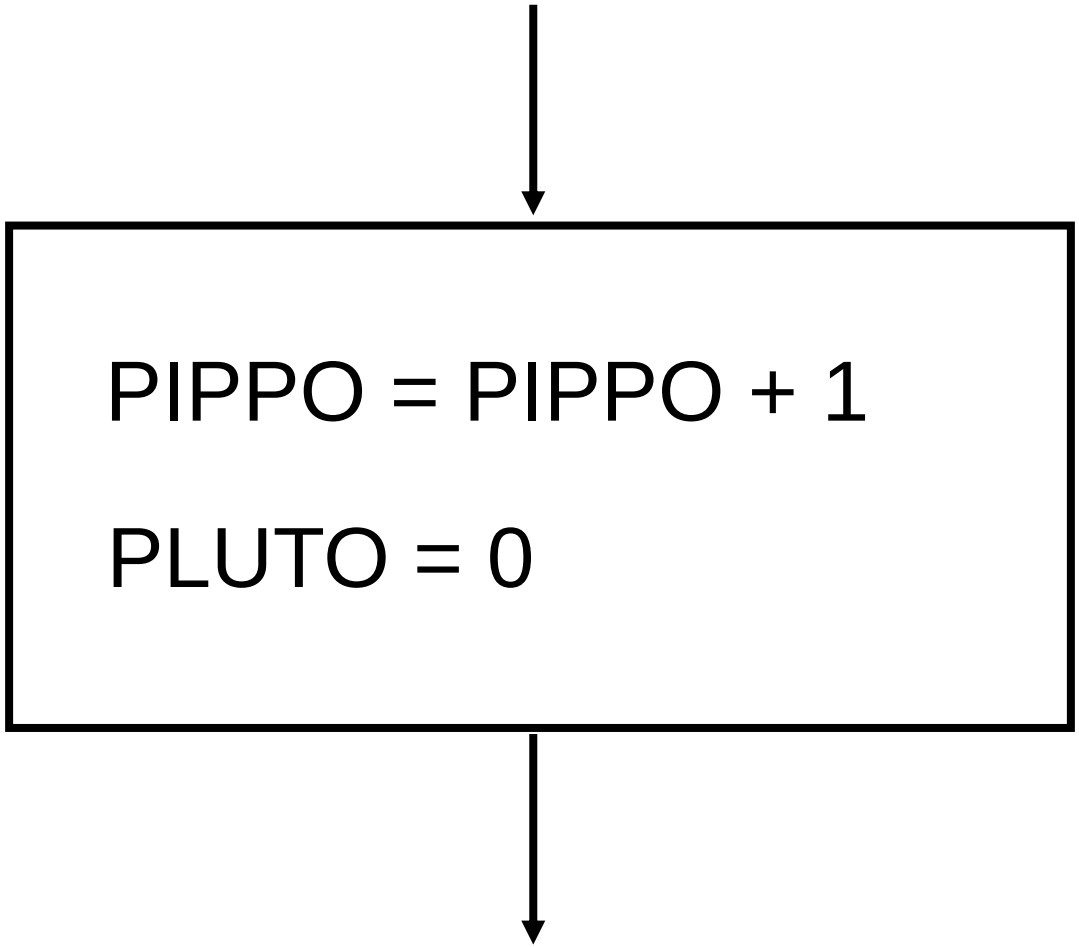
Analisi strutturata – 4

3) …è uno schema di iterazione



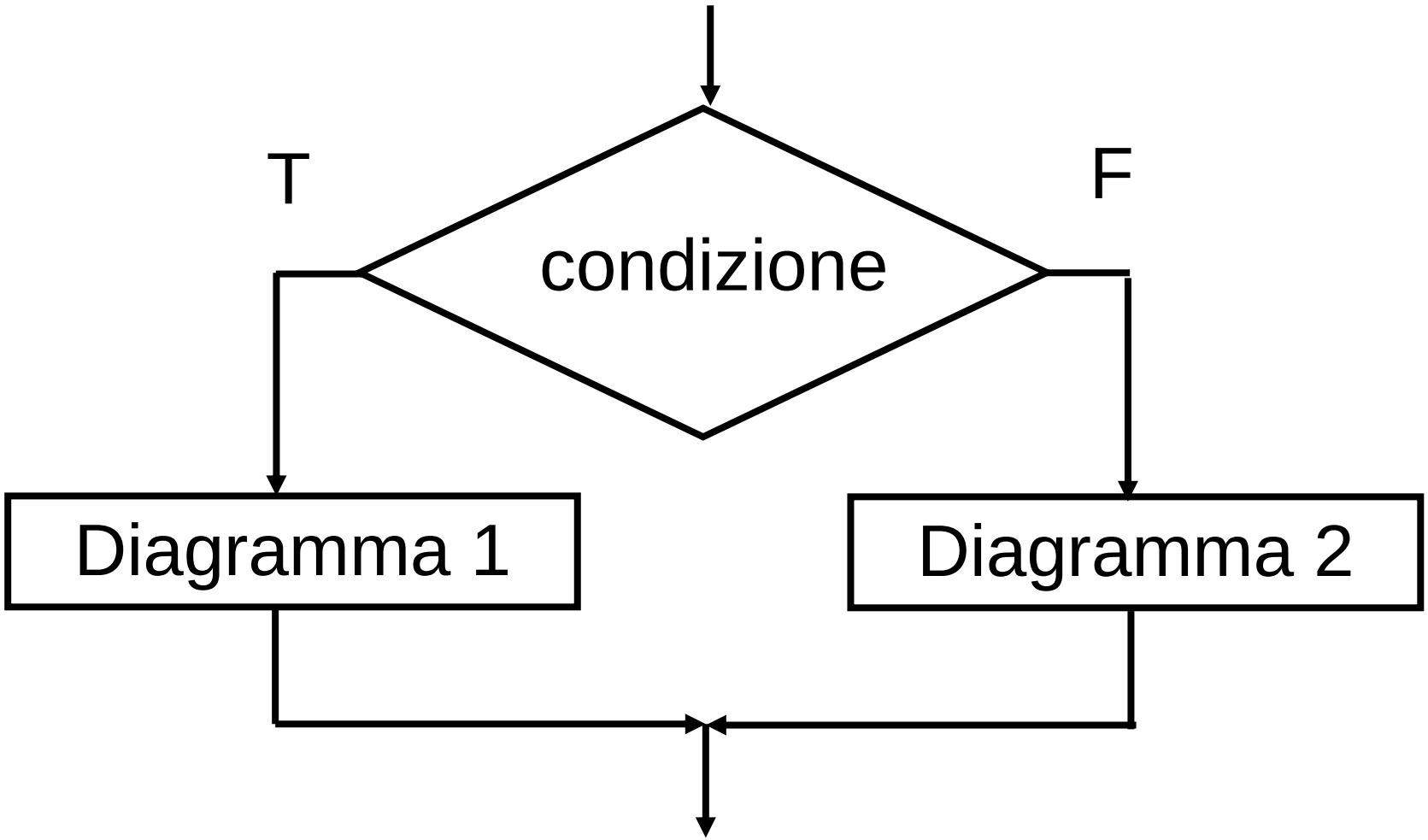
- Nel primo caso, S può non venire mai eseguito, se la condizione C è subito falsa; nel secondo caso, S viene eseguito almeno una volta
- Quando lo schema S viene eseguito finché la condizione C si mantiene vera si parla di iterazione per vero; si ha un'iterazione per falso quando S viene eseguito finché C è falsa

Blocchi di flusso:
una o più azioni elementari



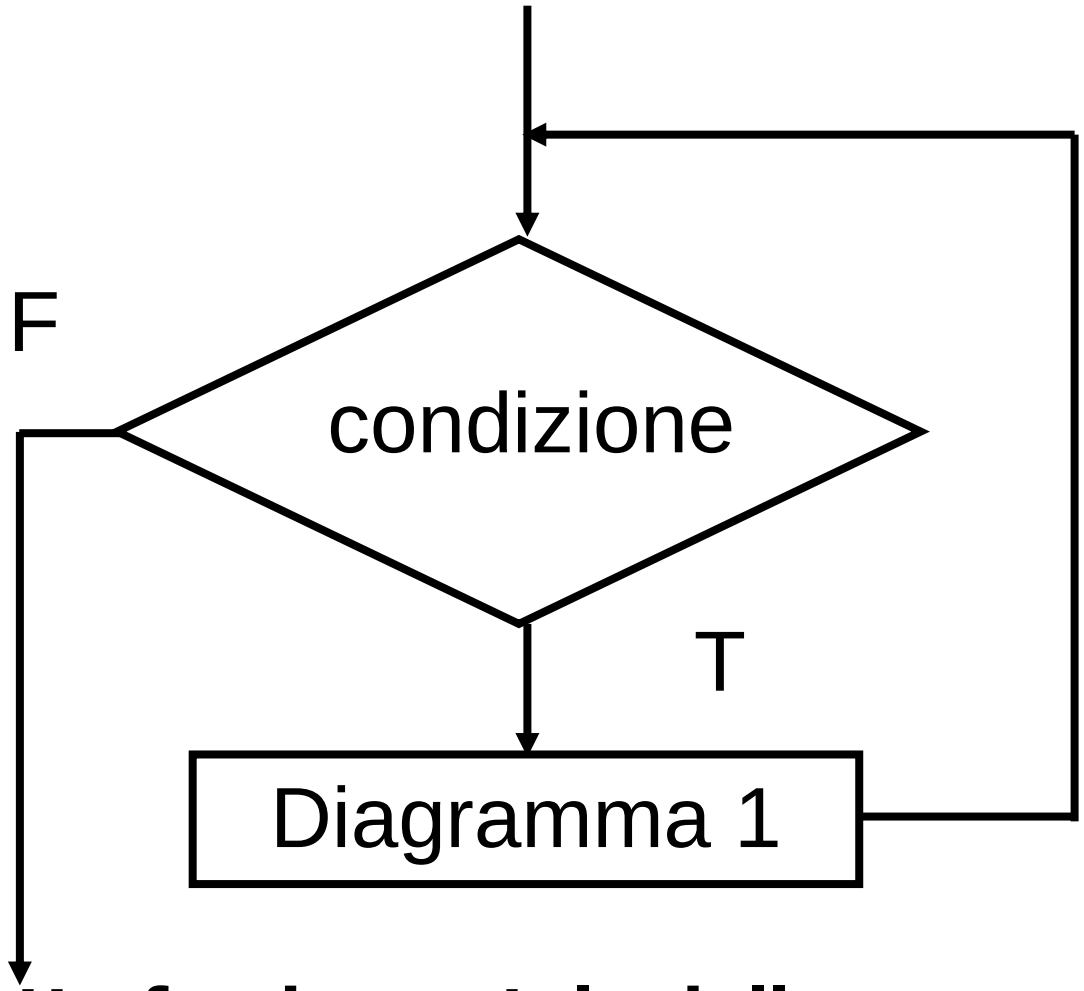
1° costrutto fondamentale della programmazione

Blocchi di flusso:
Blocco condizionale



2° costrutto fondamentale della programmazione

Blocchi di flusso:
Blocco di ripetizione



3° costrutto fondamentale della programmazione

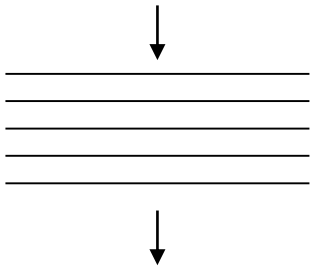
Analisi strutturata – 5

- Gli schemi di flusso sono **aperti** quando consentono una sola esecuzione di una sequenza di blocchi elementari, sono **chiusi** quando permettono più di un'esecuzione della sequenza di blocchi
- **Gli schemi di sequenza e di selezione sono aperti, lo schema di iterazione è chiuso**
- Ogni diagramma a blocchi non strutturato è trasformabile in un diagramma a blocchi strutturato equivalente
- Due diagrammi a blocchi sono **equivalenti** se, operando sugli stessi dati, producono gli stessi risultati
- L'uso dell'analisi strutturata garantisce:
  - facilità di comprensione e modifica dei diagrammi a blocchi
  - maggiore uniformità nella descrizione degli algoritmi

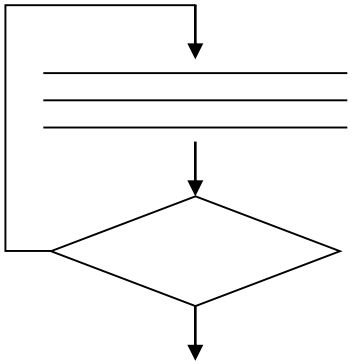
Analisi strutturata – 6

- Inoltre...
  - È stato dimostrato (teorema fondamentale della programmazione di Bohm–Jacopini, 1966) che ogni programma può essere codificato riferendosi esclusivamente ad un algoritmo strutturato e quindi attenendosi alle tre strutture fondamentali:

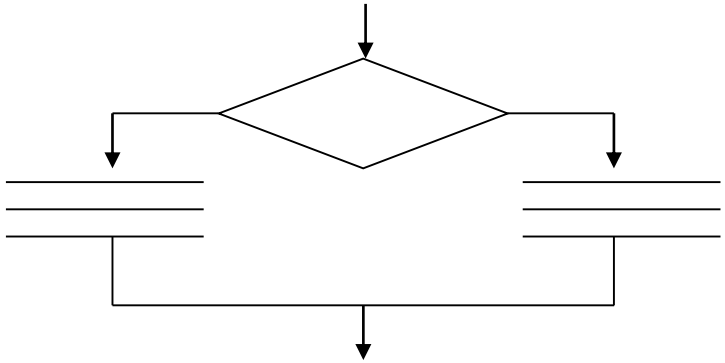
Sequenziale



Iterativa



Condizionale

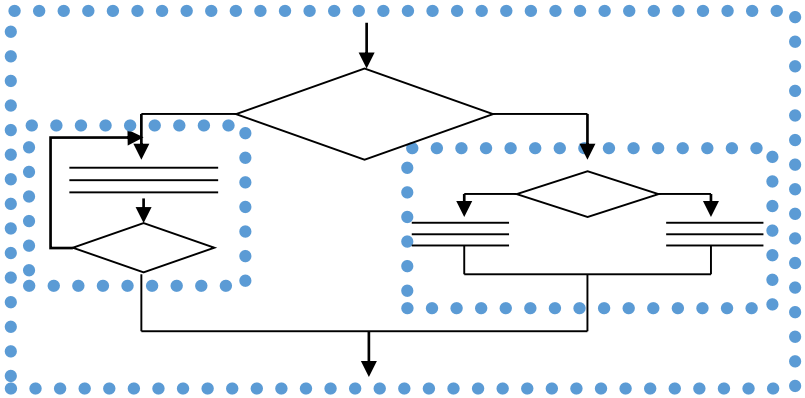


Analisi strutturata – 7

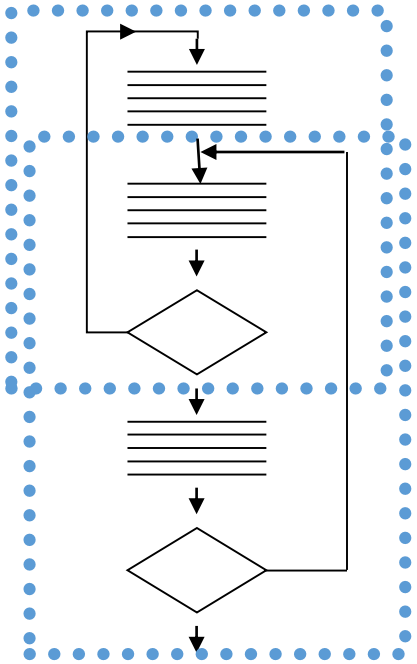
- Il teorema di Bohm–Jacopini ha un interesse soprattutto teorico, in quanto i linguaggi di programmazione tendono a dotarsi di più tipi di istruzioni, non sempre "rispettose" del teorema, ma utili per la realizzazione di programmi di facile scrittura e comprensione
- Il suo valore consiste nella capacità di fornire indicazioni generali per le attività di progettazione di nuovi linguaggi e di strategie di programmazione
- In effetti, esso ha contribuito alla critica dell'uso sconsiderato delle istruzioni ***go to*** e alla definizione delle linee guida della programmazione strutturata, sviluppate negli anni `70

Analisi strutturata – 8

- In un diagramma strutturato non apparirà mai una istruzione di salto incondizionato
- I tre schemi fondamentali possono essere ***concatenati,*** uno di seguito all'altro, o ***nidificati,*** uno dentro l'altro; non possono in nessun caso essere "intrecciati" o "accavallati"



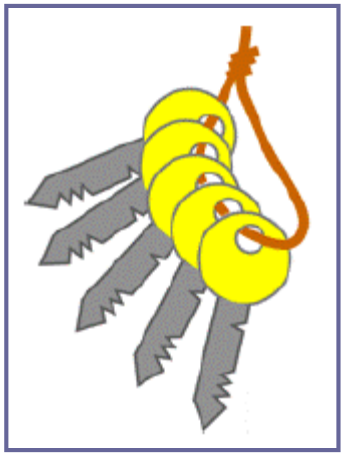
Corretto

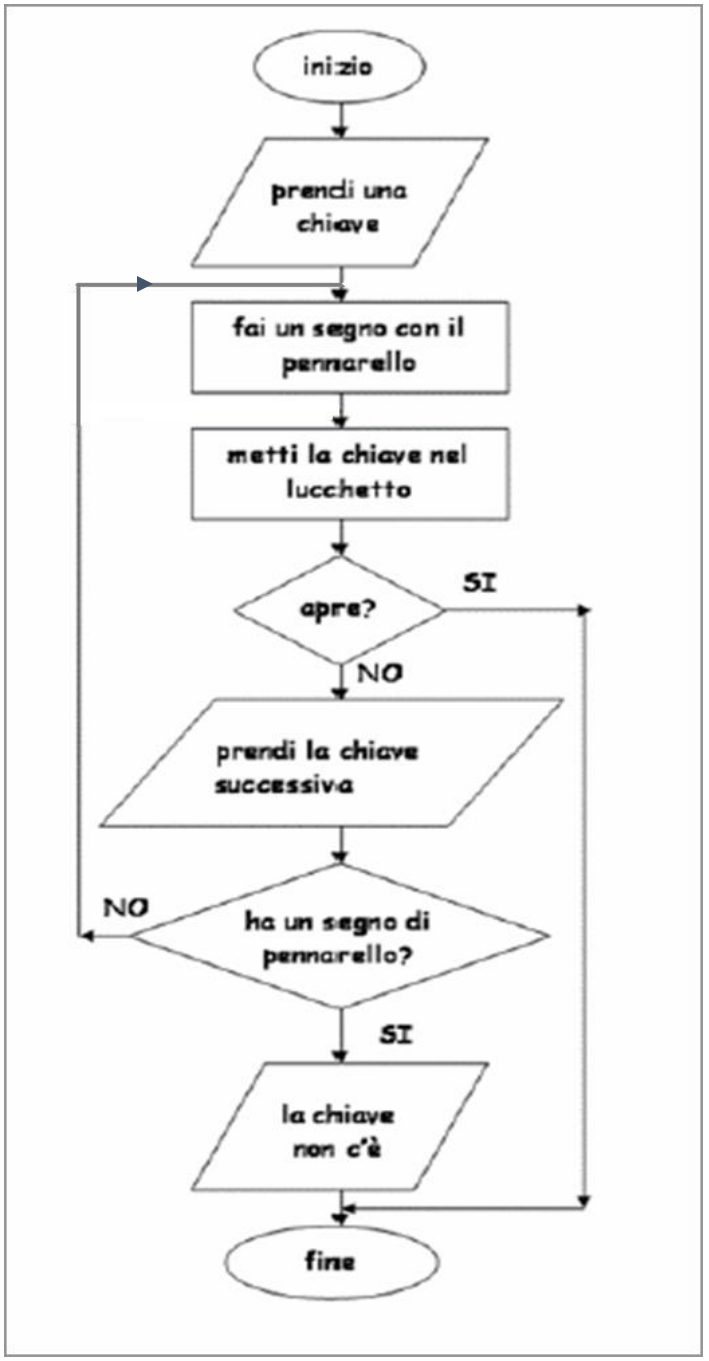


Sbagliato

Esempio

- Diagramma a blocchi per la selezione, in un mazzo di chiavi, di quella che apre un lucchetto





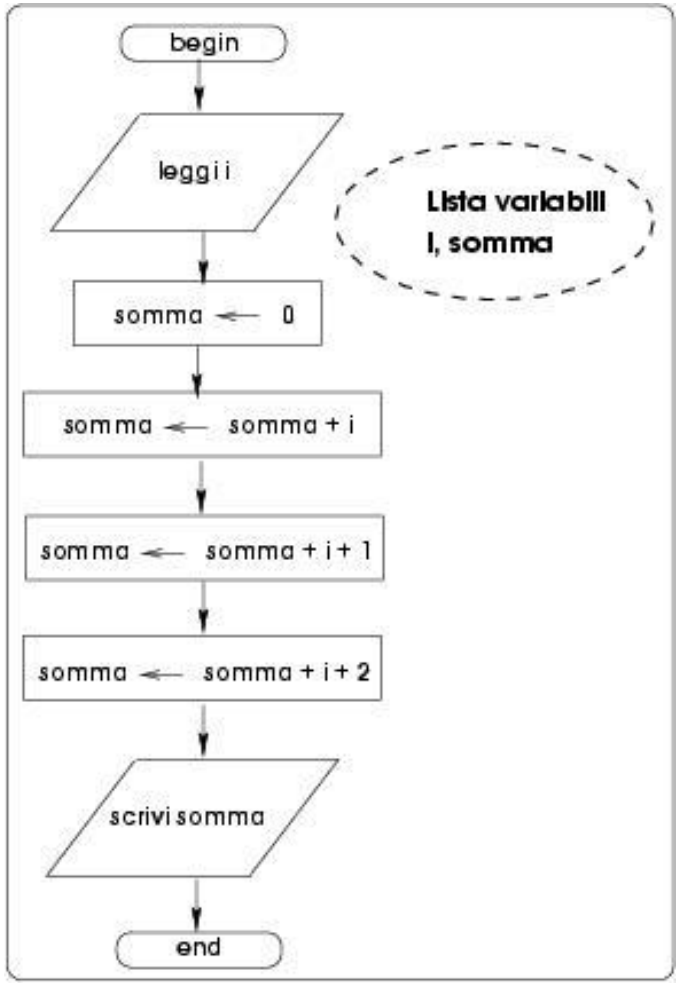
Esercizi

- Scrivere un algoritmo, e rappresentarlo tramite diagramma a blocchi, per la soluzione dei seguenti problemi:
  - calcolare l'area del triangolo
  - trovare il max di due numeri
  - moltiplicare due numeri (usando solo l'operazione di somma)
- Formalizzare, tramite diagramma a blocchi, l'algoritmo per…
  - …calcolare le radici reali di equazioni di 2° grado
  - …calcolare il M.C.D. di due numeri con il metodo di Euclide

Gli algoritmi iterativi – 1

- **Problema**: Calcolare la somma di tre interi consecutivi

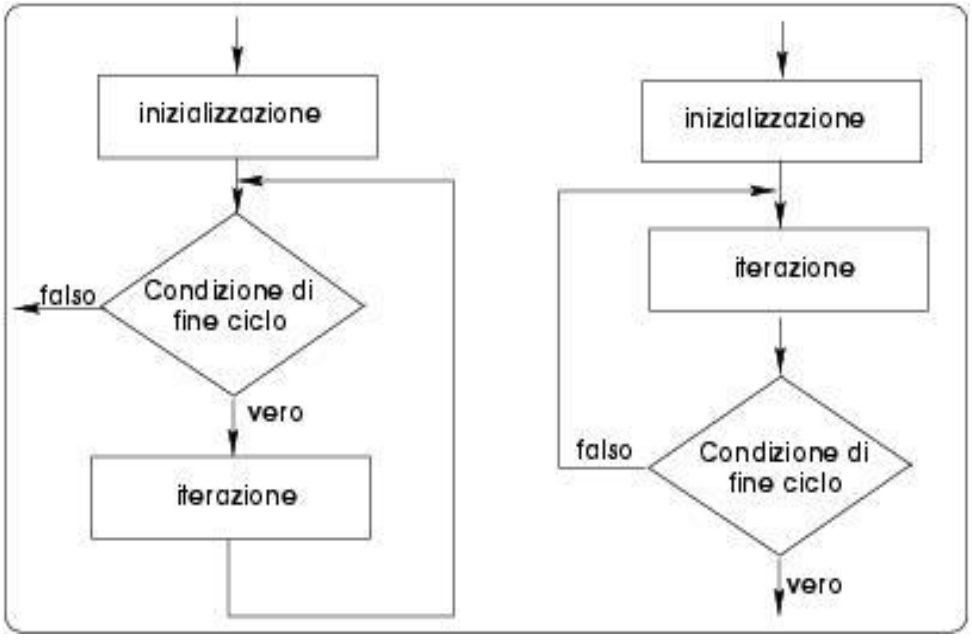
- **Note**:
  - La variabile **somma** è un contenitore di somme parziali, finché non si ottiene la somma totale richiesta
  - La soluzione del problema viene raggiunta eseguendo azioni simili per un numero opportuno di volte



Gli algoritmi iterativi – 2

- Il **ciclo** o ***loop*** è uno schema di flusso per descrivere, in modo conciso, situazioni in cui un gruppo di operazioni deve essere ripetuto più volte

- La **condizione di fine ciclo** viene verificata ogni volta che si esegue il ciclo; se la condizione assume valore vero (falso), le istruzioni vengono reiterate, altrimenti si **esce dal ciclo**
- La condizione di fine ciclo può essere verificata prima o dopo l'esecuzione dell'iterazione
- Le **istruzioni di inizializzazione** assegnano valori iniziali ad alcune variabili (almeno a quella che controlla la condizione di fine ciclo)



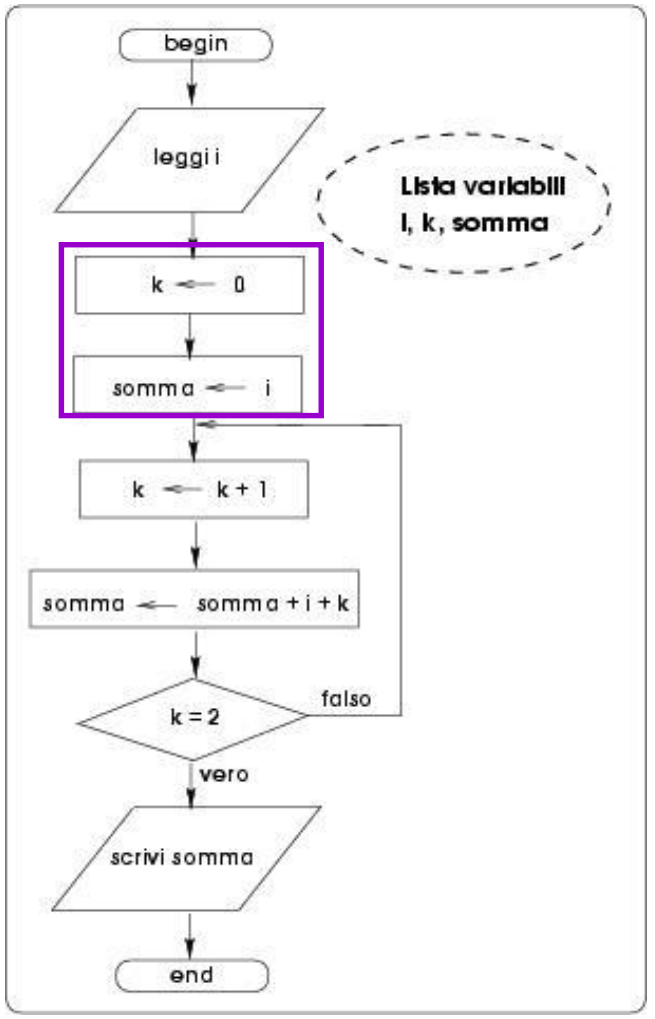
Ciclo con controllo in testa

Ciclo con controllo in coda

Gli algoritmi iterativi – 3

- **Problema**: Calcolare la somma di tre interi consecutivi

- **Note**:
  - La fase di inizializzazione riguarda la somma e l'indice del ciclo
  - Il controllo di fine ciclo viene effettuato in coda



Gli algoritmi iterativi – 4

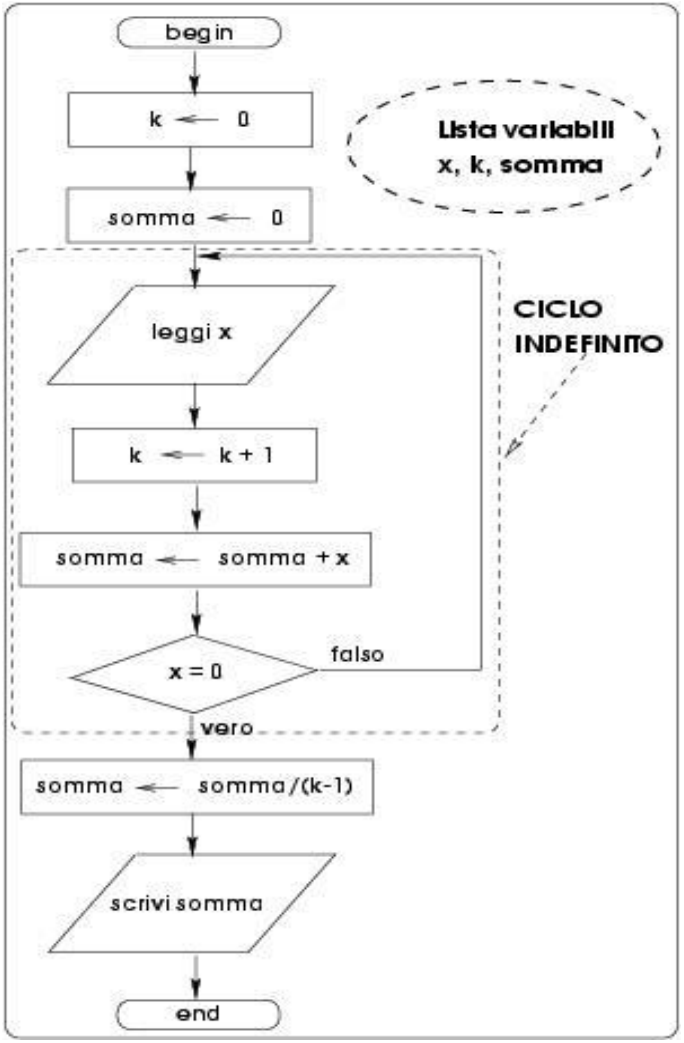
- Un ciclo è definito quando è noto a priori quante volte deve essere eseguito; un ciclo definito è detto anche enumerativo
- Un contatore del ciclo tiene memoria di quante iterazioni sono state effettuate; può essere utilizzato in due modi:
  - **incremento del contatore**: il contatore viene inizializzato ad un valore minimo (ad es. 0 o 1) e incrementato ad ogni esecuzione del ciclo; si esce dal ciclo quando il valore del contatore eguaglia il numero di iterazioni richieste
  - **decremento del contatore**: il contatore viene inizializzato al numero di iterazioni richiesto e decrementato di uno ad ogni iterazione; si esce dal ciclo quando il valore del contatore raggiunge 0 (o 1)

Gli algoritmi iterativi – 5

- Un ciclo è **indefinito** quando non è possibile conoscere a priori quante volte verrà eseguito
- La condizione di fine ciclo controlla il valore di una o più variabili modificate da istruzioni che fanno parte dell'iterazione
- Comunque, un ciclo deve essere eseguito un numero finito di volte, cioè si deve sempre verificare la **terminazione** dell'esecuzione del ciclo

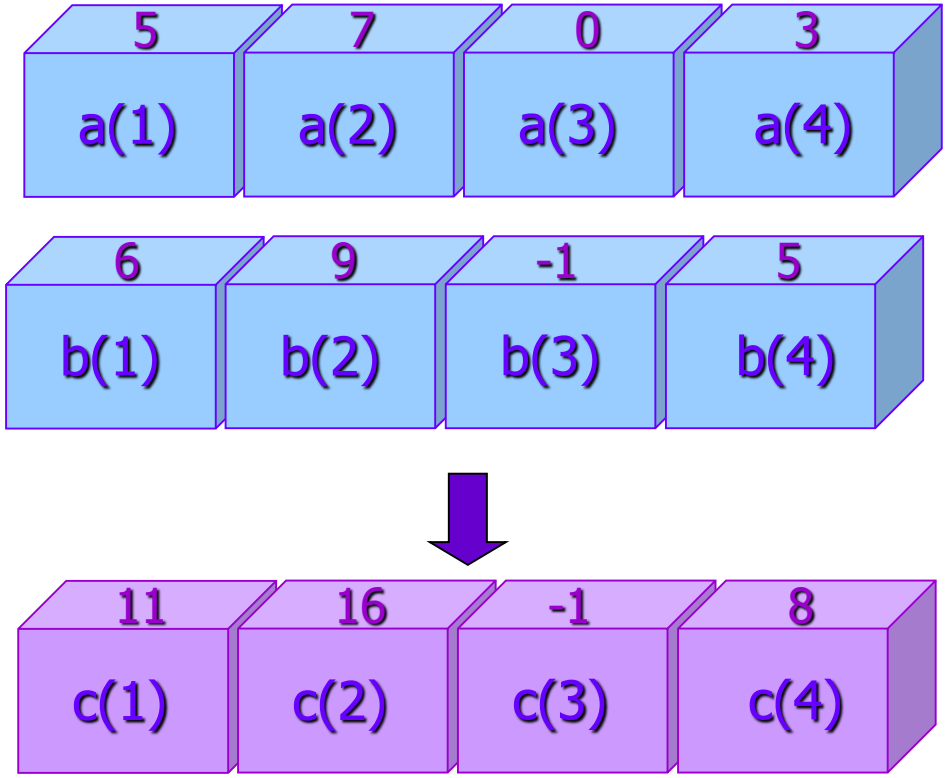
Gli algoritmi iterativi – 6

- Problema: Calcolo della media di un insieme di numeri; non è noto a priori quanti sono i numeri di cui deve essere calcolata la media
  - I numeri vengono letti uno alla volta fino a che non si incontra un x=0, che segnala la fine dell'insieme



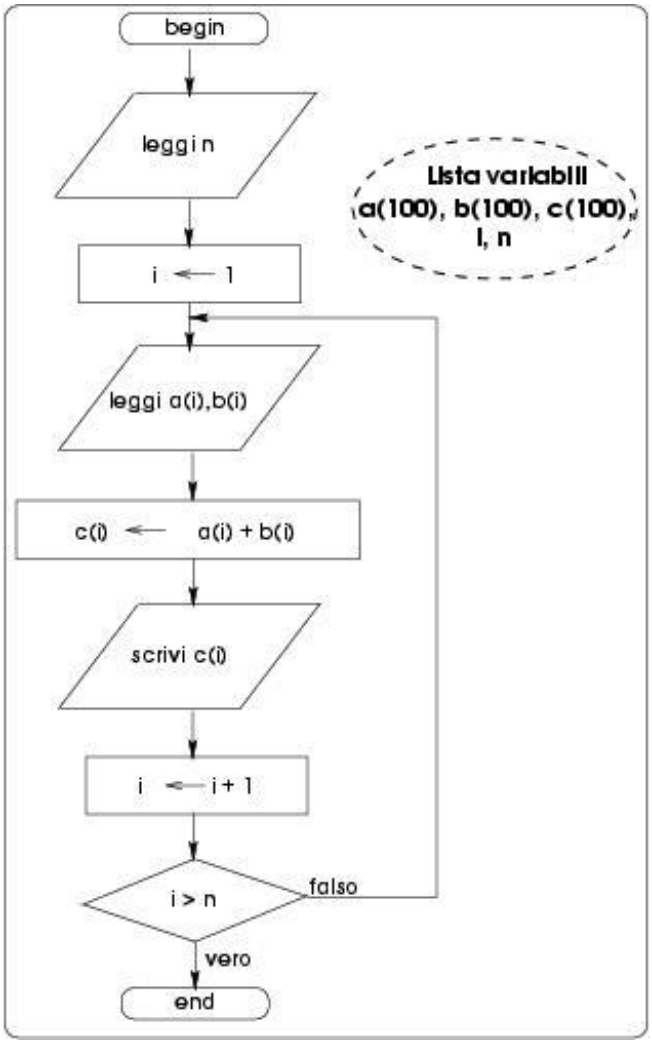
Gli algoritmi iterativi – 7

- Problema: Calcolare il vettore somma di due vettori di uguale dimensione n



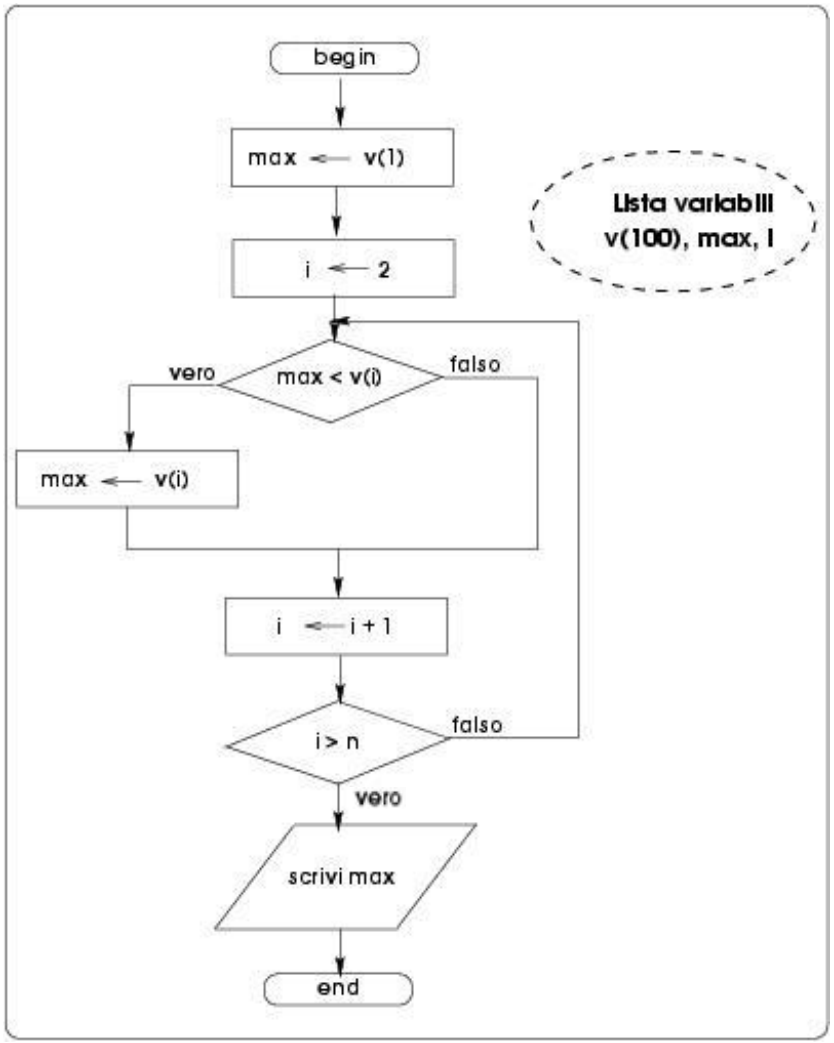
Gli algoritmi iterativi – 8

- L'utilità dei vettori consiste nel poter usare la tecnica iterativa in modo da effettuare la stessa operazione su tutti gli elementi del vettore
- Usando la variabile contatore di un ciclo come indice degli elementi di un vettore è possibile considerarli tutti, uno alla volta, ed eseguire su di essi l'operazione desiderata



Gli algoritmi iterativi – 9

- Problema: Calcolo del massimo elemento di un vettore

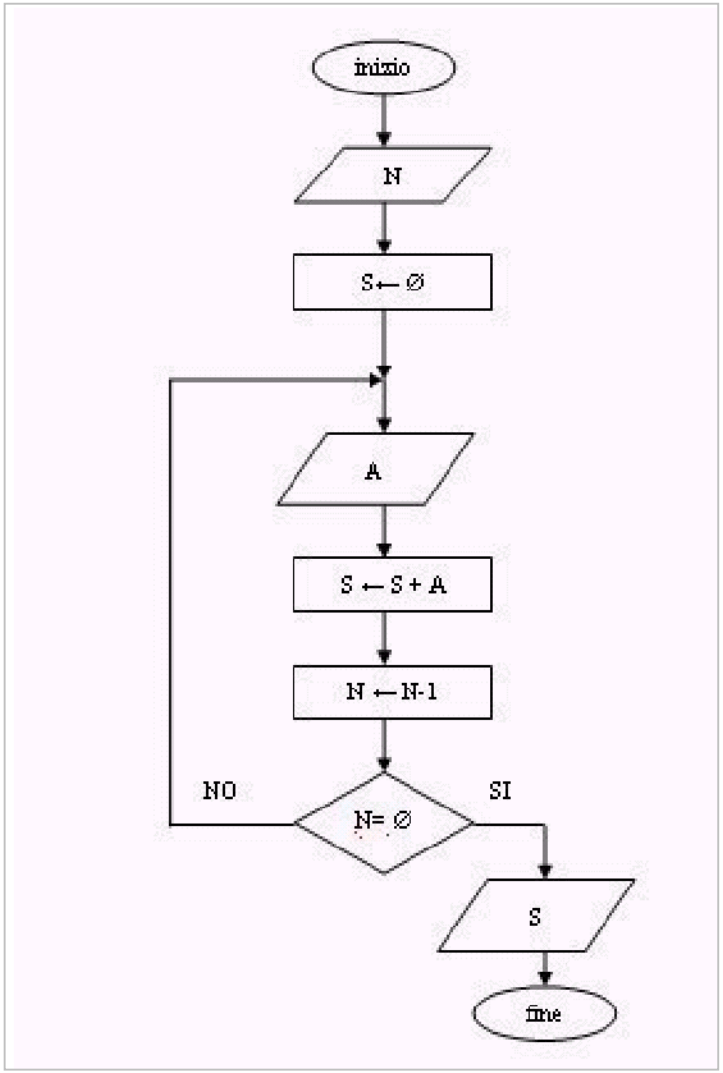


Ancora esempi…

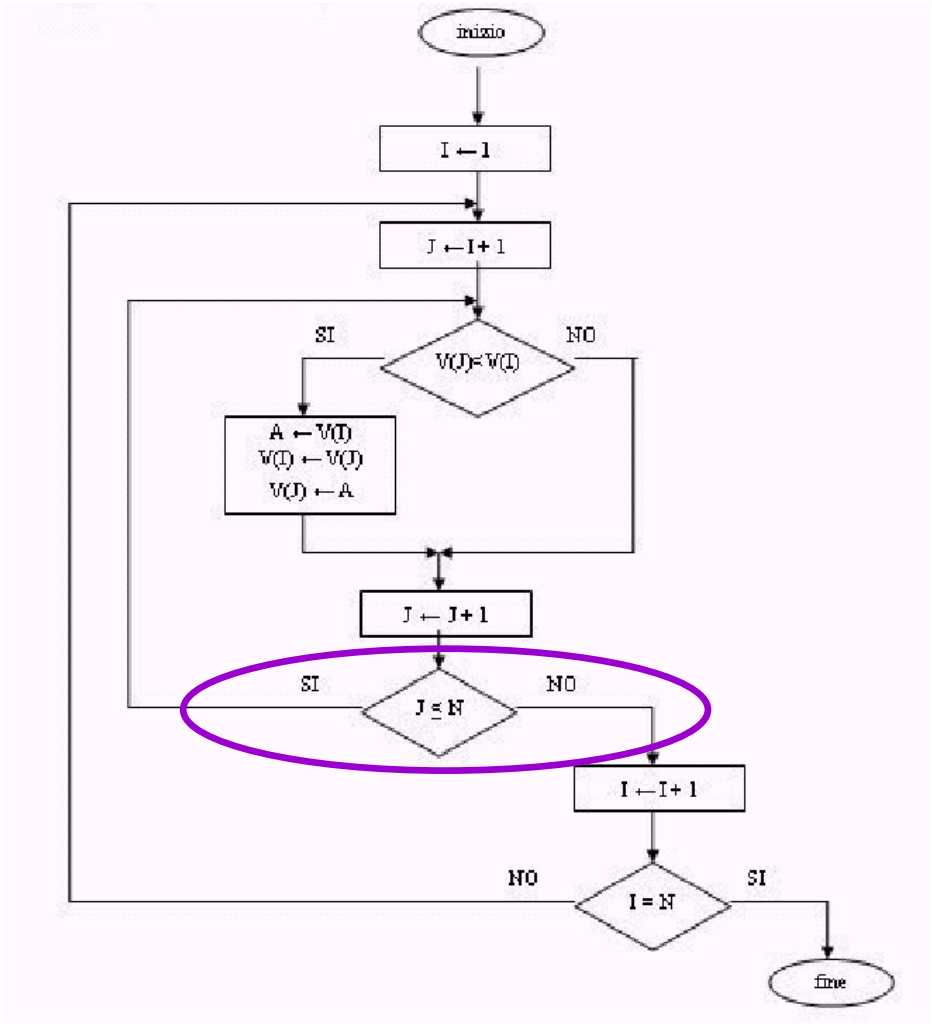
- **Problema**: Somma di una sequenza di numeri
  - Indicando con a_i il generico elemento da sommare, la formula generale è

    $$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

  - La variabile n conta quante volte si ripete l'iterazione: n viene decrementata di 1 ad ogni iterazione ed il ciclo termina quando n vale 0
  - La variabile A è usata per l'input degli a_i, S per le somme parziali e totale



Ancora esempi…



- **Problema**: Ordinamento per scambio di una sequenza di numeri (crescente)
  - Indicando con a_i i valori da ordinare, si deve ottenere

    $$a_1<a_2<a_3<\ldots<a_{n-1}<a_n$$
  - Si applica l'algoritmo di ricerca del minimo su tutti gli elementi del vettore e si sposta il minimo in prima posizione
  - Si procede analogamente sui rimanenti $n-1$ elementi, $n-2$ elementi, etc.

La pseudocodifica – 1

- La pseudocodifica è un linguaggio per la descrizione di algoritmi secondo le regole della programmazione strutturata
- La descrizione di un algoritmo in pseudocodifica si compone di due parti...
  - la dichiarazione delle variabili usate nell'algoritmo
  - la descrizione delle azioni dell'algoritmo

La pseudocodifica – 2

- Tipo delle variabili
  - Il tipo di una variabile indica l'insieme dei valori che possono essere assegnati a quella variabile
  - Su costanti e variabili di un tipo è possibile effettuare le operazioni che sono proprie di quel tipo e tutte le operazioni di confronto
  - Sono permessi i seguenti 4 tipi: integer, real, boolean, string–q

La pseudocodifica – 3

- integer: sono le variabili cui possono essere assegnati numeri interi; le costanti di tipo integer sono numeri interi, ad es. 1, –3, 150
- real: sono le variabili cui possono essere assegnati numeri razionali; le costanti real possono essere rappresentate in notazione decimale, con un "." che separa la parte intera dalla parte decimale (ad es., 5.17, 12.367, –123., 0.005) o in notazione scientifica (23.476E+3=23476, 456.985E–3=0.456985)
- boolean: sono le variabili cui possono essere assegnati i valori logici; le costanti logiche sono true e false
- string–q: sono le variabili cui possono essere assegnate parole (o stringhe) costituite da q caratteri; le costanti string–q sono costituite da parole di q caratteri racchiusi tra apici (che non fanno parte della costante); ad es., 'FABIO' è una costante string–5,'+' è una costante string–1 e '124' string–3

La pseudocodifica – 4

- Dichiarazione delle variabili
  - La dichiarazione delle variabili nella pseudocodifica è un elenco, preceduto dalla parola var, delle variabili sulle quali l'algoritmo opera
  - Le variabili sono suddivise per tipo: quelle dello stesso tipo sono separate l'una dall'altra da una ","; l'elenco delle variabili dello stesso tipo è seguito dai ":" e dall'indicazione del tipo; gli elenchi di variabili di tipo diverso sono separati dal ";", l'ultimo elenco è seguito da un "."
- Esempio:

```
var i, j, a(20): integer;
    p, q: real;
    nome: string–20;
    sw: boolean.
```

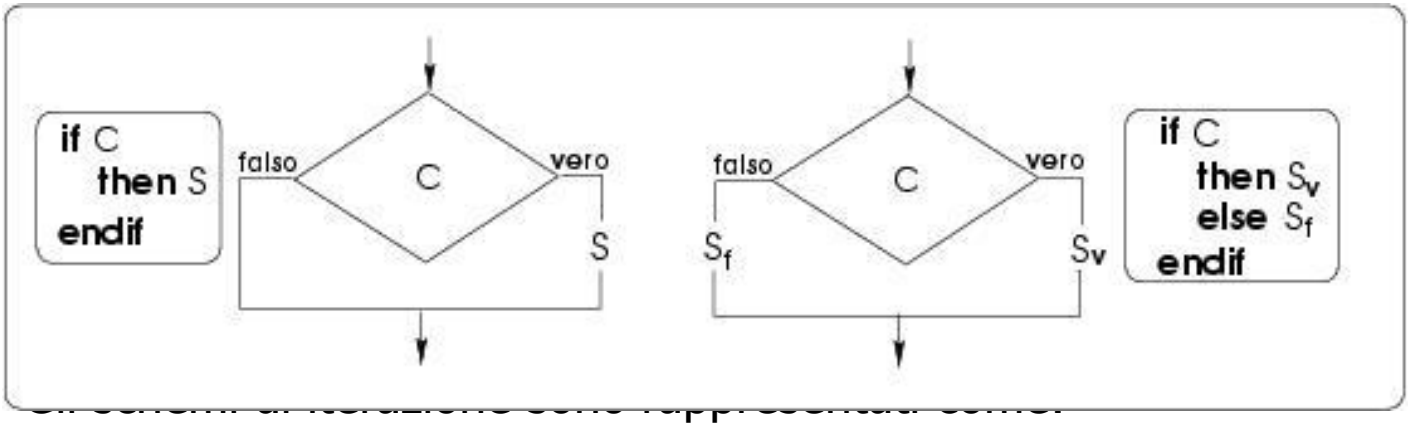
La pseudocodifica – 5

- Descrizione delle azioni
  - Gli schemi di flusso fondamentali sono descritti utilizzando convenzioni linguistiche: ad ogni schema strutturato corrisponde una convenzione linguistica
  - La descrizione di un algoritmo deve soddisfare le seguenti regole:
    a) La prima azione dell'algoritmo è preceduta dalla parola **begin**;
    b) L'ultima azione dell'algoritmo è seguita dalla parola **end**;
    c) L'azione di lettura è rappresentata dalla parola **read**;
    d) L'azione di scrittura è rappresentata dalla parola **write**;
    e) Lo schema di sequenza di *n* flussi S_1, S_2,…, S_n è rappresentato come

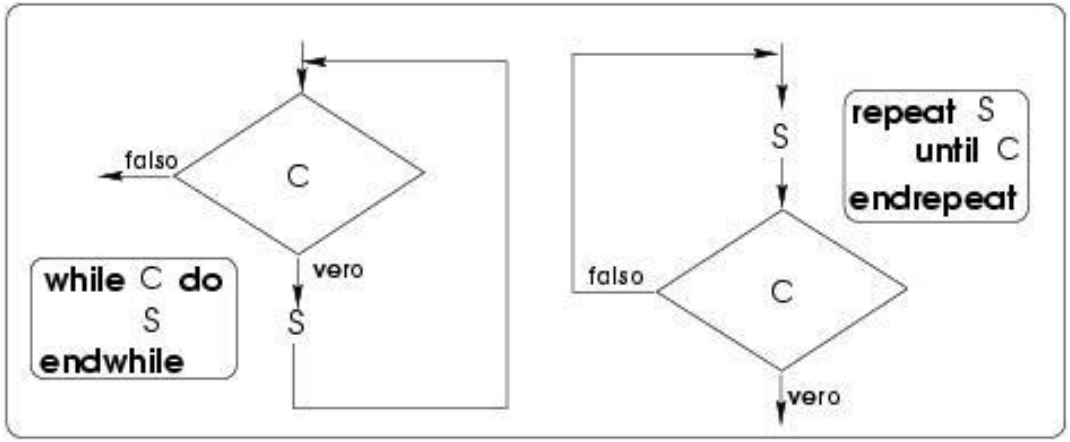
S_1;
S_2;
…
S_n;

La pseudocodifica – 6

f) Gli schemi di selezione sono rappresentati come:



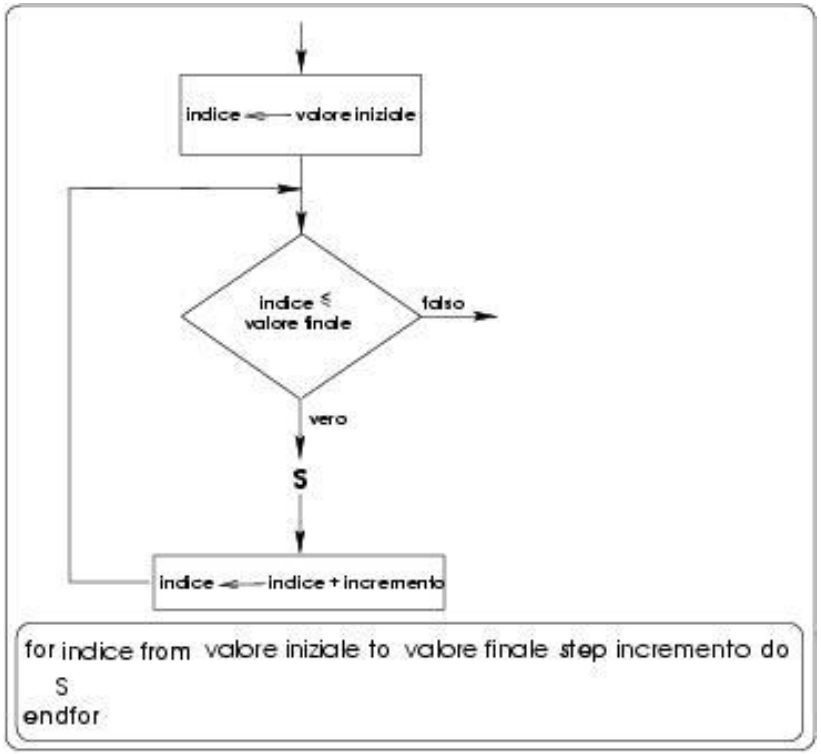
S, S_f, S_v sono schemi di flusso strutturati



La pseudocodifica – 7

- Esistono convezioni linguistiche alternative in relazione a particolari schemi di flusso
- Esempio: Ciclo enumerativo

  Se il valore di "incremento" è 1, la parte "**step** incremento" della frase **for**...**endfor** può essere omessa



La pseudocodifica – 8

- Esempio: Algoritmo per il calcolo del vettore somma di due vettori di numeri razionali

```
var a(100), b(100), c(100): real;
      i, n: integer.

begin
      read n;
      for i from 1 to n do
            read a(i), b(i);
            c(i) ← a(i) + b(i);
            write c(i)
      endfor
end
```

La pseudocodifica – 9

- Esempio: Algoritmo per il calcolo del massimo elemento di un vettore di numeri razionali

```
var max, v(100): real;
    i, n: integer.
begin
    read n;
    for i from 1 to n do
        read v(i)
    endfor
    max ← v(1);
    for i from 2 to n do
        if  max < v(i)
            then max ← v(i)
        endif
    endfor
    write max
end
```

La pseudocodifica – 10

- Esempio: Algoritmo per il calcolo delle radici di equazioni di 2° grado

```
var x1, x2, a, b, c, delta: real.
begin
    read a, b, c;
    delta ← b²–4ac;
    if  delta<0
        then write "non esistono radici reali"
        else if delta=0
            then x1 ← –b/2a;
                 x2 ← x1
            else  x1 ← (–b + √delta)/2a;
                  x2 ← (–b – √delta)/2a
            endif
            write x1, x2
    endif
end
```

Ancora esempi…

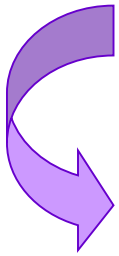
- Esempio: Algoritmo per il calcolo della somma di una sequenza di numeri

```
var a, s: real;
    n: integer.
begin
    read n;
    s ← 0;
    repeat
        read a;
        s ← s+a;
        n ← n−1
        until n=0
    endrepeat
    write s
end
```

Ancora esempi…

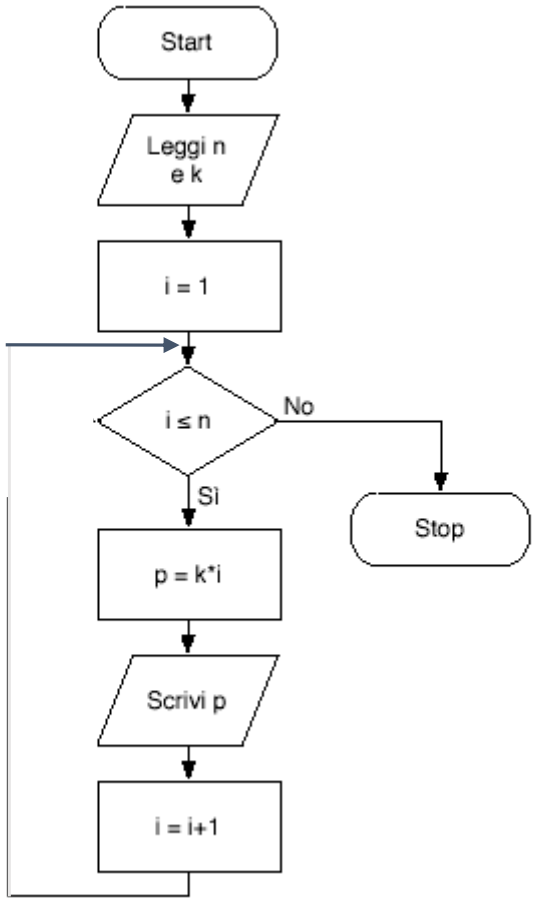
- Esempio: Ordinamento crescente per scambio

Si suppone che (la dimensione e) gli elementi del vettore siano già stati letti e memorizzati



```
var a, v(100): real;
    i, j, n: integer.
begin
   i ← 1;
   repeat
      j ← i+1;
      repeat
         if  v(j) < v(i)
            then    a  ← v(i);
                    v(i) ← v(j);
                    v(j) ← a
         endif
         j ← j+1
         until  j>n
      endrepeat
      i ← i+1
      until  i=n
   endrepeat
end
```

Un esempio "comparativo"



- Letti due interi *n* e *k*, entrambi maggiori di zero, stampare i primi *n* multipli di *k*

```
var  i, n, k, p: integer.
begin
    read n;
    read k;
    for i from 1 to n do
        p ← k×i ;
        write p
    endfor
end
```

```
i ← 1;
while i ≤ n
    p ← k×i ;
    write p;
    i ← i+1;
endwhile
```

```
#include <stdio.h>
main()
{
   int i,n,k,p;
   scanf("%d",&n);
   scanf("%d",&k);
   for(i=1;i<=n;i++)
     {
       p = k*i;
       printf("%d",p);
     }
    exit(0);
}
```

Gli algoritmi ricorsivi – 1

- Un algoritmo si dice **ricorsivo** quando è definito in termini di se stesso, cioè quando una sua istruzione richiede una nuova esecuzione dell'algoritmo stesso

- La definizione ricorsiva di un algoritmo è suddivisa in due parti:
  a) la **base della ricorsione**, che stabilisce le condizioni iniziali, cioè il risultato che si ottiene per i dati iniziali (in generale per 0 e/o 1)
  b) la **regola di ricorsione**, che definisce il risultato per un valore *n*, diverso dal valore (/i) iniziale per mezzo di un'espressione nella quale si richiede il risultato dell'algoritmo calcolato per $n-1$

Gli algoritmi ricorsivi – 2

- Esempio: Prodotto di numeri interi

$$a \times b = \begin{cases} 0 & \text{se } b = 0 \text{ (base della ricorsione)} \\ a \times (b-1) + a & \text{se } b \neq 0 \text{ (regola di ricorsione)} \end{cases}$$

- Secondo la definizione ricorsiva si ha:

$$3 \times 2 = 3 \times 1 + 3 = 3 \times 0 + 3 + 3 = 0 + 3 + 3 = 6$$

- L'esecuzione di un algoritmo ricorsivo termina sempre: la regola di ricorsione prevede nuove esecuzioni su dati decrescenti, fino ad ottenere i dati di inizio ricorsione

Gli algoritmi ricorsivi – 3

- Esempio: Calcolo del fattoriale di un numero intero
  - Il fattoriale di n è il prodotto di tutti gli interi da 1 ad n, cioè
    $$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$$
  - Per definizione, $0! = 1$

```
begin fattoriale(n)
    if  n = 0
        then r ← 1
        else r ← n × fattoriale(n–1)
    endif
end
```

Esercizio – 1

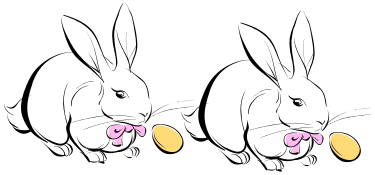
- La successione di Fibonacci
  - Leonardo Pisano, detto Fibonacci, pose il seguente quesito:
    - Una coppia di conigli giovani impiega una unità di tempo a diventare adulta; una coppia adulta impiega una unità di tempo a riprodursi e generare un'altra coppia di conigli (chiaramente giovani); i conigli non muoiono mai
    - Quante coppie di conigli abbiamo al tempo t generico se al tempo t=0 non abbiamo conigli e al tempo t=1 abbiamo una coppia di giovani conigli?

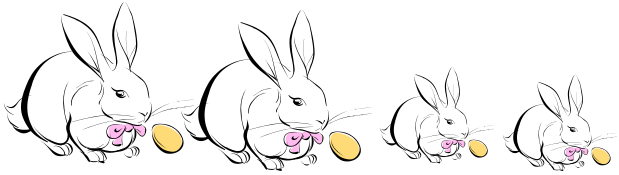
Esercizio – 2

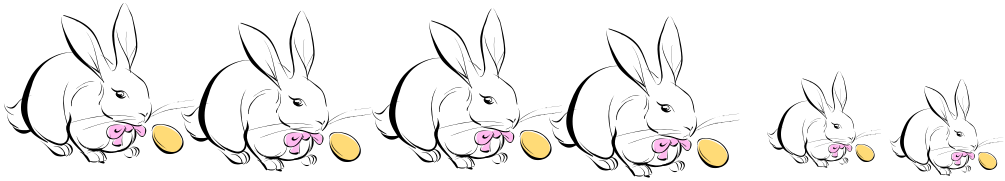
t=0

t=1 

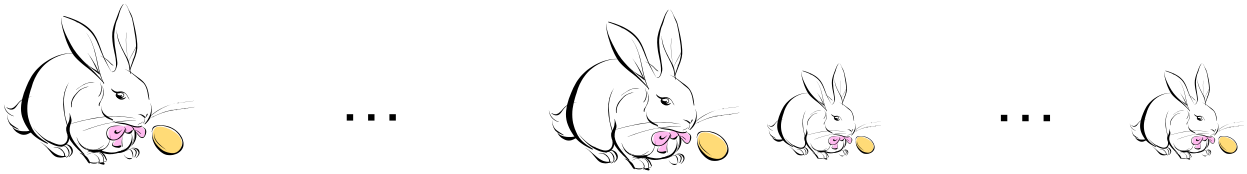
Dio genera la prima coppia di conigli

t=2 

t=3 

t=4 

…

t=N 

?

Esercizio – 3

- La successione di Fibonacci
  - Il calcolo di F_n (numero di coppie di conigli), per qualsiasi tempo t, genera la successione dei numeri di Fibonacci
  - La relazione di ricorsione è

$$F_0=0,\ F_1=1,$$
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Considerazioni finali – 1

- **Attenzione alla scelta di un "buon" algoritmo…**
  - Due algoritmi si dicono equivalenti quando:
    - hanno lo stesso dominio di ingresso
    - hanno lo stesso dominio di uscita
    - in corrispondenza degli stessi valori nel dominio di ingresso producono gli stessi valori nel dominio di uscita
  - Due algoritmi equivalenti forniscono lo stesso risultato, ma possono avere diversa efficienza e possono essere profondamente diversi

Considerazioni finali – 2

- Un esempio di due algoritmi equivalenti, ma con diversa efficienza, per la moltiplicazione fra interi è…

Algoritmo 1	Algoritmo 2 (somma e shift)
Somme successive: 12x12 = 12+12+…+12=144	12x 12= 24 12= 144

Considerazioni finali – 3

- Esistono problemi che non possono essere risolti tramite un calcolatore elettronico perché…
  - …la soluzione del problema non esiste
  - …la soluzione del problema richiederebbe un tempo di calcolo eccessivo (anche infinito)
  - …la natura del problema è percettiva e/o la soluzione del problema è "soggettiva"

Considerazioni finali – 4

- Un esempio di problema indecidibile, tale cioè che non esista alcun algoritmo capace di risolverlo, è il *problema decisionale della terminazione*:

  Dato un algoritmo B ed i suoi dati D, stabilire se la computazione B(D) termina

- In questo caso, infatti, non esiste un algoritmo A, che accettata una qualsiasi coppia B, D come dato in ingresso, stabilisca *sempre* in tempo finito se B(D) termina o meno
- Nota: A non può semplicemente consistere nel comandare l'esecuzione B(D) e controllarne il comportamento, poiché, se tale esecuzione non terminasse, A non risponderebbe in tempo finito

Considerazioni finali – 5

- Un esempio di problema la cui soluzione richiederebbe un tempo infinito consiste nello stabilire se, data una funzione intera *f*, $f(x)$ è costante per ogni valore di x
- Infine, un esempio di problema la cui soluzione è soggettiva è rappresentato dalla scelta, dato un insieme di immagini di paesaggi, del paesaggio più rilassante

Esercizi

- Formalizzare l'algoritmo, attraverso diagramma a blocchi o pseudocodifica, per risolvere i problemi:
  - Siano dati in input due vettori di interi, *a* e *b,* di dimensione *n* (in input). Si calcoli la somma incrociata degli elementi $a(1)+b(n)$, $a(2)+b(n-1)$, etc., la si memorizzi nel vettore *c*, e lo si stampi.
  - Siano dati in input un vettore v_1 di interi (di dimensione *n*, in input) ed un intero *k*. Si determini l'elemento di v_1 più prossimo a *k,* e lo si stampi assieme all'indice corrispondente.
  - Dato l'insieme dei risultati d'esame (nell'intervallo da 0 a 100) di *n* studenti, contare il numero di studenti che hanno superato la prova, sapendo che l'esame si intende superato con un voto maggiore o uguale a 50.